**Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ**
**11 класс**
21 декабря 2017 года
Вариант МА10209
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО________________________________________ класс _______

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

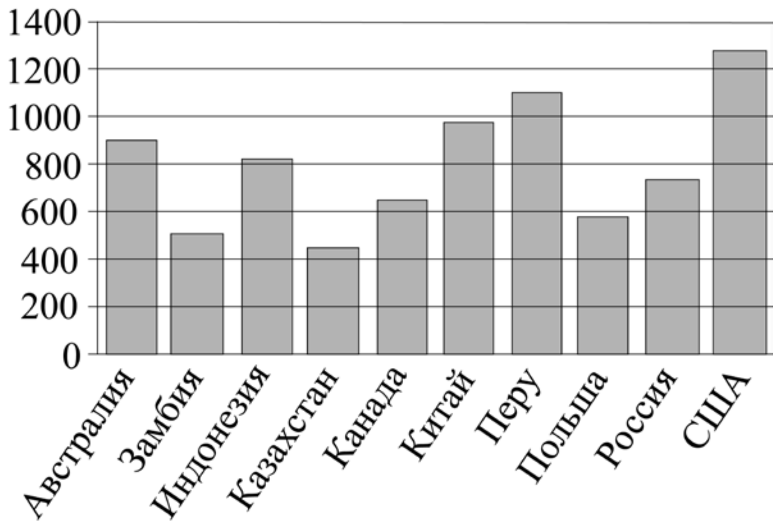
## Часть 1

***Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.***

**1** Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 3 %. Книга стоит 300 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

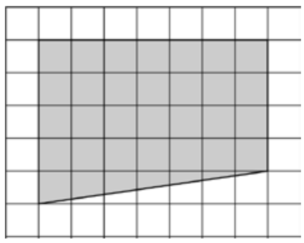
Ответ: ____________________________.

**2** На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимала Россия?




Ответ: ____________________________.

**3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: ____________________________.

**4** Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию А = {сумма очков равна 9}?

Ответ: ____________________________.

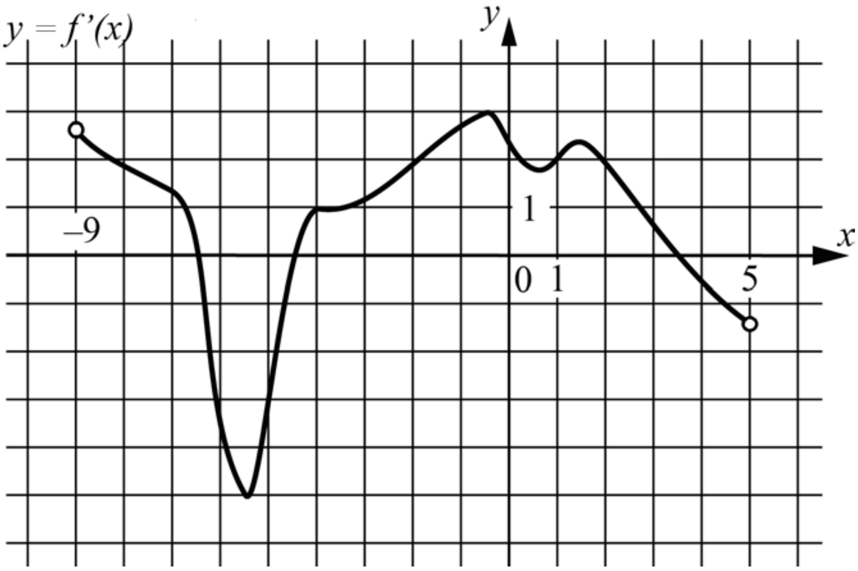
**5** Найдите корень уравнения $-\frac{2}{9}x=1\frac{1}{9}$.

Ответ: ___________________________.

**6** Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен $150°$. Боковая сторона треугольника равна 26. Найдите площадь этого треугольника.

Ответ: ___________________________.

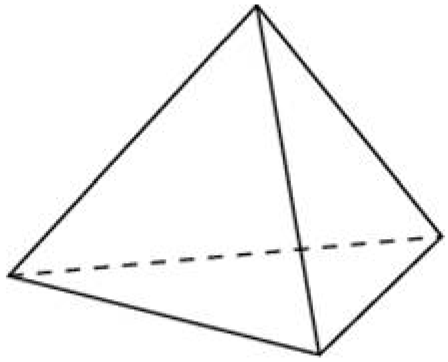
**7** На рисунке изображён график функции $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9;5)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.




Ответ: ___________________________.

**8** Во сколько раз уменьшится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра уменьшить в три раза?

Ответ: ___________________________.



## Часть 2

**9** Найдите значение выражения $8^{\sqrt{8}+6}\cdot 8^{-5-\sqrt{8}}$.

Ответ: ___________________________.

**10** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому $P=\sigma ST^4$, где $P$ — мощность излучения звезды (в ваттах), $\sigma = 5,7\cdot 10^{-8}\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{К}^4}$ — постоянная, $S$ — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а $T$ — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{729}\cdot 10^{20}$ м$^2$, а мощность её излучения равна $5{,}13\cdot 10^{25}$ Вт. Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

Ответ: ___________________________.

**11** Васе надо решить 245 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что за первый день Вася решил 11 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 7 дней.

Ответ: ___________________________.

**12** Найдите наибольшее значение функции $y=8x-4\operatorname{tg}x-2\pi+2$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]$.

Ответ: ___________________________.

***Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.***

**13** а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\cos^2 x + \cos 2x = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2};\ -3\pi\right]$.

**14** В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием $ABC$ боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 6. На продолжении ребра $SA$ за точку $A$ отмечена точка $P$, а на продолжении ребра $SB$ за точку $B$ — точка $Q$, причём $AP = BQ = SA$.

а) Докажите, что прямые $PQ$ и $SC$ перпендикулярны друг другу.

б) Найдите угол между плоскостями $ABC$ и $CPQ$.

**15** Решите неравенство $\log_6\left(64^x + 36^x - 65\cdot 8^x + 64\right) \geq 2x$.

**16** Окружность с центром $O$, вписанная в треугольник $ABC$, касается его сторон $BC$, $AB$ и $AC$ в точках $K$, $L$ и $M$ соответственно. Прямая $KM$ вторично пересекает в точке $P$ окружность радиуса $AM$ с центром $A$.
а) Докажите, что прямая $AP$ параллельна прямой $BC$.
б) Пусть $\angle ABC = 90°$, $AM = 3$, $CM = 2$, $Q$ — точка пересечения прямых $KM$ и $AB$, а $T$ — такая точка на отрезке $PQ$, что $\angle OAT = 45°$. Найдите $QT$.

**17** Строительство нового завода стоит 115 млн рублей. Затраты на производство $x$ тыс. единиц продукции на таком заводе равны $0{,}5x^2 + x + 9$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене $p$ тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - \left(0{,}5x^2 + x + 9\right)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении $p$ строительство завода окупится не более чем за 5 лет?

**18** Найдите все целые отрицательные значения параметра $a$, при каждом из которых существует такое действительное число $b > a$, что неравенство $21b \geq 6|a+b| - 3|b-2| - |a-b| - 9|a^2 - b + 2| + 16$ **не выполнено.**

**19** Шесть экспертов оценивали фильм. Каждый из них выставил оценку — целое число баллов от 0 до 10 включительно. Все эксперты выставили различные оценки. Старый рейтинг фильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. Новый рейтинг фильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки, и подсчитывается среднее арифметическое четырёх оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{18}$?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{12}$?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности старого и нового рейтингов.

**Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ**
**11 класс**
21 декабря 2017 года
Вариант МА10210
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_________________________________________ класс _______

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

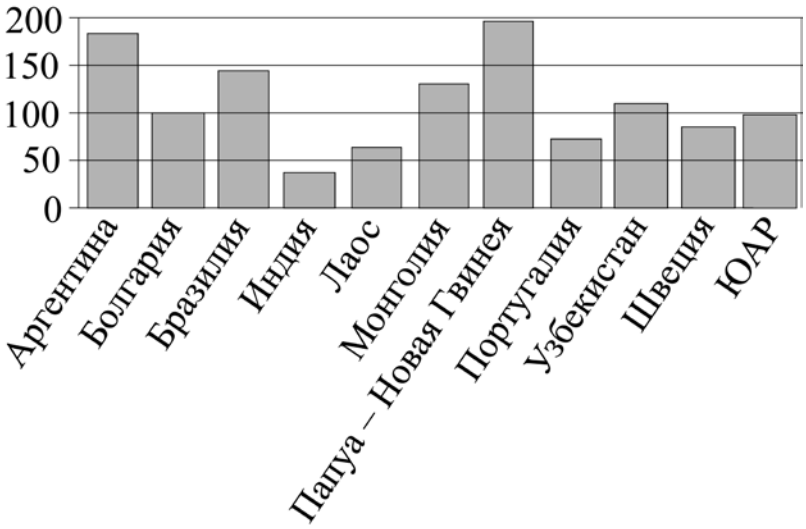
## Часть 1

***Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.***

**1** Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 4 %. Книга стоит 150 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

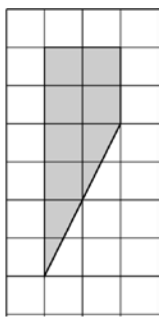
Ответ: ___________________________.

**2** На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа – Новая Гвинея, одиннадцатое место — Индия. Какое место занимала Бразилия?




Ответ: ___________________________.

**3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: ___________________________.

**4** Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию А = {сумма очков равна 2}?

Ответ: ______________________________.

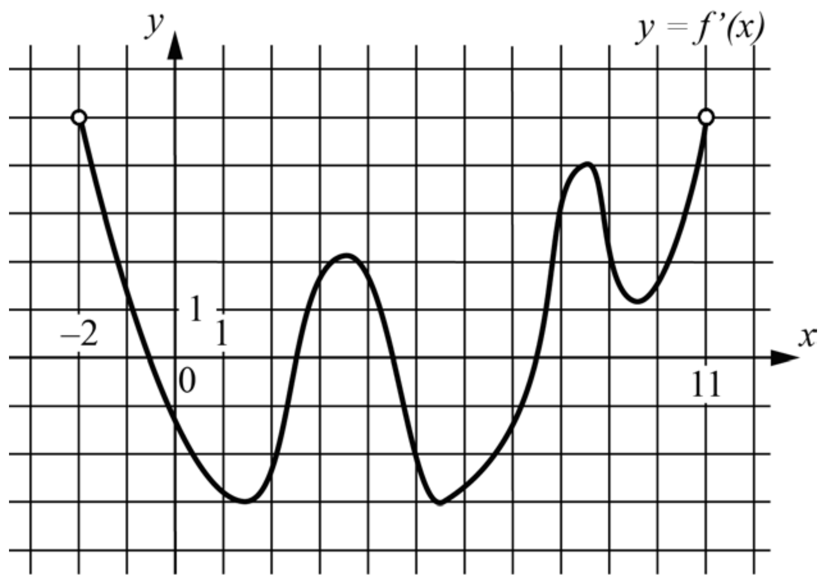
**5** Найдите корень уравнения $-\frac{5}{6}x = 12\frac{1}{2}$.

Ответ: ______________________________.

**6** Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 150°. Боковая сторона треугольника равна 40. Найдите площадь этого треугольника.

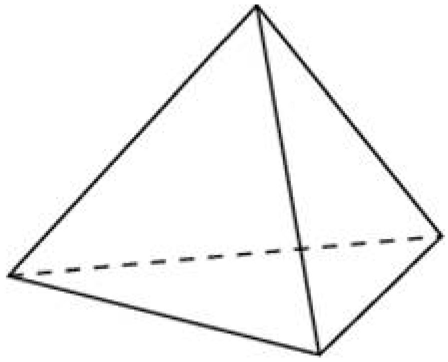
Ответ: ______________________________.

**7** На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 11)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.




Ответ: ______________________________.

**8** Во сколько раз увеличится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в девять раз?



Ответ: ___________________________.

## Часть 2

**9** Найдите значение выражения $5^{\sqrt{3}+5} \cdot 5^{-4-\sqrt{3}}$.

Ответ: ___________________________.

**10** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому $P = \sigma S T^4$, где $P$ — мощность излучения звезды (в ваттах), $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, $S$ — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а $T$ — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{128} \cdot 10^{20}$ м$^2$, а мощность её излучения равна $1{,}14 \cdot 10^{25}$ Вт. Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

Ответ: ___________________________.

**11** Васе надо решить 98 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что за первый день Вася решил 8 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 7 дней.

Ответ: ___________________________.

**12** Найдите наибольшее значение функции $y = 6x - 3\operatorname{tg} x - 1{,}5\pi + 2$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Ответ: ___________________________.

***Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.***

**13** а) Решите уравнение $2\sin^2 x - 2\cos 2x - \sin 2x = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-6\pi;\ -\frac{9\pi}{2}\right]$.

**14** В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием $ABC$ боковое ребро равно 6, а сторона основания равна 4. На продолжении ребра $SA$ за точку $A$ отмечена точка $P$, а на продолжении ребра $SB$ за точку $B$ — точка $Q$, причём $AP = BQ = SA$.

а) Докажите, что прямые $PQ$ и $SC$ перпендикулярны друг другу.

б) Найдите угол между плоскостями $ABC$ и $CPQ$.

**15** Решите неравенство $\log_3\left(81^x + 16^x - 18 \cdot 4^x + 32\right) \geq 4x$.

**16** Окружность с центром $O$, вписанная в треугольник $ABC$, касается его сторон $BC$, $AB$ и $AC$ в точках $K$, $L$ и $M$ соответственно. Прямая $KM$ вторично пересекает в точке $P$ окружность радиуса $AM$ с центром $A$.

а) Докажите, что прямая $AP$ параллельна прямой $BC$.

б) Пусть $\angle ABC = 90^\circ$, $AM = 6$, $CM = 4$, $Q$ — точка пересечения прямых $KM$ и $AB$, а $T$ — такая точка на отрезке $PQ$, что $\angle OAT = 45^\circ$. Найдите $QT$.

**17** Строительство нового завода стоит 122 млн рублей. Затраты на производство $x$ тыс. единиц продукции на таком заводе равны $0{,}5x^2 - 2x + 10$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене $p$ тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - \left(0{,}5x^2 - 2x + 10\right)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении $p$ строительство завода окупится не более чем за 4 года?

**18** Найдите все целые отрицательные значения параметра $a$, при каждом из которых существует такое действительное число $b > a$, что неравенство $20b \geq 6|2a+b| + 2|b-2| - |2a-b| - 5|4a^2 - b + 2|$ **не выполнено.**

**19** Восемь экспертов оценивали фильм. Каждый из них выставил оценку — целое число баллов от 0 до 12 включительно. Все эксперты выставили различные оценки. Старый рейтинг фильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. Новый рейтинг фильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки, и подсчитывается среднее арифметическое шести оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{20}$?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{24}$?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности старого и нового рейтингов.